

Popunjava student		Popunjava nastavnik						
Br. indeksa godina/broj	Prezime i ime	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

**Napomena:** Kolokvijum traje 120 minuta. Prvih 60 minuta nije dozvoljen izlazak iz sale. Upotreba grafitne olovke, kalkulatora (koji nisu programibilni) i fakultetske vežbanke je dozvoljena.

Rešenja zadataka napisati **čitko** na unutrašnjoj strani dvolisnice. Rezultate upisati **čitko** u predviđena, označena polja. Broj poena koji nosi svako označeno polje dat je u uglastim zagradama.

Dežurnom nastavniku **predati samo dvolisnicu sa zadacima**, a vežbanku poneti sa sobom.

1. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti mernih rezultata prikazanih u tabeli.

	Rezultat merenja $x$	Proširena kombinovana merna nesigurnost $U_c$	Broj značajnih cifara nesigurnosti $U_c$	Najbolja procena tačne vrednosti $(x \pm U_c)$ [ ]
[1]	454,324 kg	47,905 kg	1	$(450 \pm 50)$ kg
[1]	7,250 m	66,35 cm	1	$(7,2 \pm 0,7)$ m
[1]	$8,750 \cdot 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>	$45,21 \cdot 10^8$ N/m <sup>2</sup>	1	$(8,8 \pm 0,5) \cdot 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>
[1]	4,456 k $\Omega$	423,8 $\Omega$	1	$(4,5 \pm 0,5)$ k $\Omega$
[1]	98,15 N	9,49 N	1	$(100 \pm 10)$ N

2. Pri merenju otpornosti instrumentom rezolucije 1  $\Omega$  dobijen je uzorak prikazan u tabeli.

Redni broj merenja $n$	1	2	3	4	5
Otpornost $R$ [ $\Omega$ ]	101	97	99	103	100

Izračunati:

- srednju vrednost uzorka  $x_s$  i standardno odstupanje uzorka  $s$ ,
- standardnu mernu nesigurnost tip A  $u_A$  i standardnu mernu nesigurnost tip B  $u_B$  (usvojiti uniformnu raspodelu),
- standardnu kombinovanu mernu nesigurnost  $u_C$  i
- proširenu mernu nesigurnost  $U_c$  (usvojiti Gausovu raspodelu na 95% intervalu statističke sigurnosti).  
Proširenu mernu nesigurnost  $U_c$  zaokružiti na jednu značajnu cifru.
- Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti  $(x_s \pm U_c)$ .

[0,5] $x_s = 100 \Omega$	[0,5] $s = \sqrt{5} \Omega$	[0,5] $u_A = 1 \Omega$	[0,5] $u_B = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Omega$	[1] $u_C = \sqrt{\frac{13}{12}} \Omega$	[1] $U_c = 2 \Omega$
			[1] $(x_s \pm U_c)$ [ ] = $(100 \pm 2) \Omega$		

3. Gustina  $\rho$  nekog tela određuje se na bazi merenja mase  $m$  i zapremine  $V$ . Nesigurnost merenja mase je  $u_m$ , a nesigurnost merenja zapremine je  $u_V$ . Izvesti izraz za relativnu standardnu kombinovanu mernu nesigurnost merenja gustine  $u_\rho/\rho$ . Smatrati da su merenja mase i zapremine međusobno nekorelisane veličine i da merenja nisu ponavljana.

[1] $\rho = \frac{m}{V}$	[1] $\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{1}{V}$	[1] $\frac{\partial \rho}{\partial V} = -\frac{m}{V^2}$	[1] $u_\rho = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_V}{V}\right)^2}$	[1] $u_\rho/\rho = \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_V}{V}\right)^2}$
-----------------------------	---	--	---	---

4. Koeficijent pravca optimalne prave dobijen pri merenju gravitacionog ubrzanja pomoću matematičkog klatna iznosi  $a = 3,9742 \text{ s}^2/\text{m}$ . Koliko iznosi izmerena vrednost gravitacionog ubrzanja  $g_M$ ? Rezultat zaokružiti na tri decimale. Ako je uslovno tačna vrednost gravitacionog ubrzanja za Beograd  $g_{BG} = 9,806 \text{ m/s}^2$ , koliko iznosi relativna greška merenja  $\varepsilon_r$ . Relativnu grešku izraziti u procentima i zaokružiti na jednu decimalu.

[1] $g_M = \frac{4\pi^2}{a}$ (izraz)	[1] $g_M = 9,934 \text{ m/s}^2$ $g_M = 9,924 \text{ m/s}^2$ (za $\pi=3,14$ ) (zaokružena vrednost)	[1] $\varepsilon_r = \frac{g_M - g_{BG}}{g_{BG}}$ (izraz)	[1] $\varepsilon_r = 0,013053$ (za $g_M = 9,934 \text{ m/s}^2$ ) $\rightarrow$ $\varepsilon_r = 0,012033$ (za $g_M = 9,924 \text{ m/s}^2$ ) $\rightarrow$ (brojna vrednost)	[1] $\varepsilon_r [\%] = 1,3 \%$ $\varepsilon_r [\%] = 1,2 \%$ (zaokružena vrednost)
--	---	---	--	--

5. Metodom određivanja momenta inercije tela pomoću torzionog klatna, izmerena vrednost perioda oscilovanja klatna iznosi  $T = 0,6 \text{ s}$ . Vrednost najmanjeg podeoka na hronometru kojim je meren period oscilovanja je  $0,01 \text{ s}$  (za nesigurnost hronometra usvaja se uniformna raspodela). Torziona konstanta žice je  $c = 0,032 \text{ Nm}$  i  $u_c = 0,002 \text{ Nm}$ . Odrediti moment inercije tela. Za proširenu mernu nesigurnost  $U_I$  usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 95%. Mernu nesigurnost  $U_I$  zaokružiti na jednu značajnu cifru. Rezultat napisati u obliku  $(I \pm U_I)$ .

[1] $I = \frac{cT^2}{4\pi^2}$ (izraz)	[0,5] $\frac{\partial I}{\partial c} = \frac{T^2}{4\pi^2}$	[0,5] $\frac{\partial I}{\partial T} = \frac{2cT}{4\pi^2}$	[1] $u_I = I \cdot \sqrt{\left(\frac{u_c}{c}\right)^2 + \left(2\frac{u_T}{T}\right)^2}$ (izraz)	[1] $U_I = 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$ (zaokružena vrednost)
[1] $(I \pm U_I) [ ] = (2,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$				

6. Koristeći metodu spojenih sudova (hidrometar) za određivanje gustine tečnosti, dobijeni su sledeći rezultati:

Redni broj merenja $i$	$h_0$ [cm]	$h_1$ [cm]
1	25,8	28,6
2	31,3	34,3
3	27,8	30,9
4	24,6	26,8

gde je  $h_0$  (visina tečnosti poznate gustine - voda) i  $h_1$  (visina tečnosti nepoznate gustine). Gustina vode je  $\rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Najmanji podeok na katetometru je  $0,1 \text{ cm}$ . Za mernu nesigurnost tip B katetometra usvojiti uniformnu raspodelu. Sve nesigurnosti izmerenih visina tečnosti su jednake i međusobno nekorelisane ( $u_{h_0} = u_{h_1} = u_h$ ). Nesigurnost gustine vode se zanemaruje. Odrediti gustinu nepoznate tečnosti  $\rho_x$ . Rezultat napisati u obliku  $(\rho_{sr} \pm U_{\rho C})$ . Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 95%. Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na jednu značajnu cifru. (Napomena: pri izražavanju nesigurnosti  $u_{\rho B}$  iskoristiti odnos  $(h_0/h)_i$  za koje  $\rho_i$  najviše odstupa od srednje vrednosti  $\rho_{sr}$ ).

[0,5] $\rho_x = \frac{\rho_0 h_0}{h_1}$ (izraz)	[0,5] $\rho_{sr} = 908,0553 \text{ kg/m}^3$ (brojna vrednost)	[0,5] $u_{\rho A} = 4,31 \text{ kg/m}^3$ (brojna vrednost)	[0,5] $\frac{\partial \rho_x}{\partial h_0} = \frac{\rho_0}{h_1}$	[0,5] $\frac{\partial \rho_x}{\partial h_1} = -\frac{\rho_0 h_0}{h_1^2}$
[0,5] $u_{\rho B} = \frac{\rho_0 u_h}{h_1} \sqrt{1 + \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^2}$ (izraz)	[0,5] $u_{\rho B} = 1,46 \text{ kg/m}^3$ (brojna vrednost)	[0,5] $u_{\rho C} = 4,55 \text{ kg/m}^3$ (brojna vrednost)	[0,5] $U_{\rho C} = 9 \text{ kg/m}^3$ (zaokružena vrednost)	[0,5] $(\rho_{sr} \pm U_{\rho C}) [ ] = (908 \pm 9) \text{ kg/m}^3$